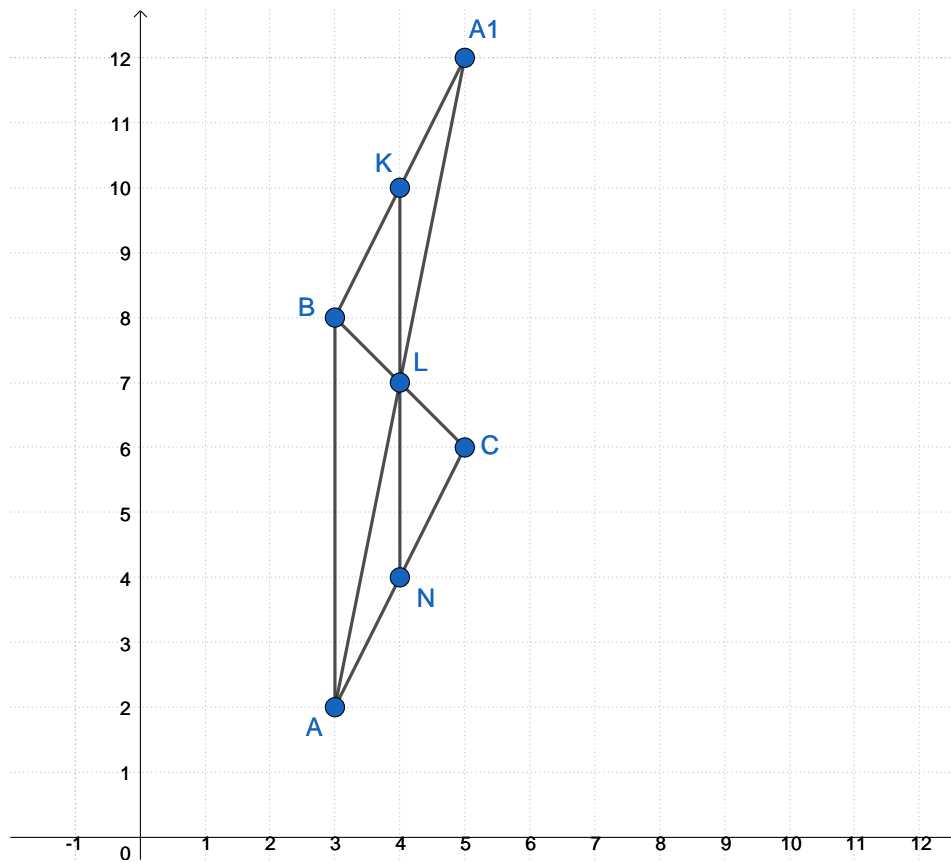


## مسألة 2

### 1 المسألة

$ABC$  مثلث. النقطتان  $N$  و  $L$  منتصفا القطعتين المستقيمتين  $[A,C]$  و  $[B,C]$  على الترتيب. النقطة  $A1$  هي نظيرة النقطة  $A$  بالنسبة للنقطة  $L$ .  $K$  منتصف القطعة المستقيمة  $[A1,B]$ . برهن أن النقاط  $N$ ،  $L$ ، و  $K$  على استقامة واحدة.



### 3 مدخلات البرنامج

#### 3.1 معطيات المسألة

الوصف الكارتيزي/الديكارتي للشكل
النقطة A إحداثياتها (3,2).
النقطة B إحداثياتها (3,8).
النقطة C إحداثياتها (5,6).
النقطة N إحداثياتها (4,4).
النقطة L إحداثياتها (4,7).
النقطة A1 إحداثياتها (5,12).
النقطة K إحداثياتها (4,10).

المعطيات الإقليدية
مثلث ABC.
N هي منتصف [A,C].
L هي منتصف [B,C].
A1 هي نظيرة A بالنسبة لـ L.
K هي منتصف [A1,B].

#### 3.2 السؤال

برهن أن النقاط N، L و K على استقامة واحدة.

#### 4 ملاحظات

- في هذا المثال، لم يكن لزاما تحديد المستقيمتين (A,L,A1)، (B,K,A1)، (A,N,C) و (N,L,K) لأن المبرهن يستطيع استنتاجهما مباشرة لأن المبرهن يستطيع استنتاجهما من خلال علاقات التناظر و منتصف القطعة المستقيمة. لكن، في الحالة العامة، ينصح بذكر كل المستقيمتين في الشكل باستثناء النقاط التي لا تعلم استقاميتها.

البداية

سنبرهن أن النقاط  $N$ ،  $L$ ، و  $K$  على استقامة واحدة بإثبات أنها تشكل زاوية مستقيمة  $[K,L,N]$   
 نبرهن أن قياس الزاوية  $[K,L,N]$  هو  $180$  درجة

البداية

سنحسب قياس الزاوية  $[K,L,N]$  بحساب مجموع أقياس الزوايا الجزئية  $[B,L,K]$  و  $[B,L,N]$   
 1. نحسب مجموع أقياس الزوايا  $[B,L,K]$  و  $[B,L,N]$

البداية

سنحسب مجموع قيسي الزاويتين  $[B,L,K]$  و  $[B,L,N]$  بإثبات أولا أن الزاويتين  $[B,L,K]$  و  $[B,L,N]$  متكاملتان  
 و ثانيا استنتاج أن مجموع قيسيها هو  $180$  درجة  
 1. نبرهن أن الزاويتين  $[B,L,K]$  و  $[B,L,N]$  متكاملتان

البداية

سنبرهن أن الزاويتين  $[B,L,K]$  و  $[B,L,N]$  متكاملتان بإثبات أنهما تقايسان زاويتين أخريين متكاملتين يبرهن تكاملهما  
 1. نبرهن أن الزاويتين  $[B,L,K]$  و  $[A,B,L]$  متقايسان

البداية

الزاوية  $[A,B,L]$  هي نفسها الزاوية  $[A,B,C]$   
 سنبرهن تقايس الزاويتين  $[A,B,C]$  و  $[B,L,K]$

البداية

سنبرهن أن الزاويتين  $[B,L,K]$  و  $[A,B,C]$  متقايسان بإثبات أنهما متبادلتان داخليا بالنسبة للمستقيمين المتوازيين  $(K,L)$  و  $(A,B)$  و قاطعها

(B,C)

نبرهن الآن أن المستقيمين  $(K,L)$  و  $(A,B)$  متوازيان

البداية

سنبرهن أن المستقيمين  $(K,L)$  و  $(A,B)$  متوازيان باستخدام نظرية طاليس  
 في المثلث  $AA_2B$  لدينا

1. سنبرهن أن النقطة  $L$  هي منتصف القطعة المستقيمة  $[A,A_2]$

البداية

من المعطيات، النقطة  $A_2$  هي نظيرة النقطة  $A$  بالنسبة للنقطة  $L$

النهاية

2. نبرهن أن النقطة  $K$  هي منتصف القطعة المستقيمة  $[A2,B]$

البداية

من المعطيات نعلم أن النقطة  $K$  هي منتصف القطعة المستقيمة  $[A2,B]$

النهاية

إذن المستقيمان  $(K,L)$  و  $(A,B)$  متوازيان

النهاية

إذن، الزاويتان  $[B,L,K]$  و  $[A,B,C]$  متقايستان

النهاية

إذن الزاويتان  $[B,L,K]$  و  $[A,B,L]$  متقايستان

النهاية

2. نبرهن أن الزاويتين  $[B,L,N]$  و  $[B,L,N]$  متقايستان

البداية

الزاوية تقايس نفسها

النهاية

3. نبرهن أن الزاويتين  $[A,B,L]$  و  $[B,L,N]$  متكاملتان

البداية

سنبرهن أن الزاويتين  $[A,B,L]$  و  $[B,L,N]$  متكاملتان بإثبات أنهما تقايسان زاويتين أخريين متكاملتين يبرهن تكاملهما

1. نبرهن أن الزاويتين  $[A,B,L]$  و  $[L,B,M]$  متقايستان

البداية

الزاويتان متطابقتان

النهاية

2. نبرهن أن الزاويتين  $[B,L,N]$  و  $[B,L,N]$  متقايستان

البداية

الزاوية تقايس نفسها

النهاية

3. نبرهن أن الزاويتين  $[L,B,M]$  و  $[B,L,N]$  متكاملتان

البداية

الزاويتان متكاملتان لأنهما متتاليتان في متوازي الأضلاع

النهاية

إذن: الزاويتان  $[A,B,L]$  و  $[B,L,N]$  متكاملتان

النهاية

إذن: الزاويتان  $[B,L,K]$  و  $[B,L,N]$  متكاملتان

النهاية

2. نستنتج أن الزاويتين  $[B,L,K]$  و  $[B,L,N]$  متكاملتان لأن مجموع قسيميها  $180$  درجة

النهاية

إذن، قيس الزاوية  $[K,L,N]$  هو  $180$

النهاية

إذن، النقاط  $N, L, K$  على نفس الاستقامة

النهاية